隠された努力選択と道徳的危険

小　平　　裕

1.　はじめに

本稿では，静学的契約締結の枠組みにおける隠された努力選択 hidden action に関わる契約締結の問題を取り上げる。これは，保険分野では古くから道徳的危険 moral hazard として知られてきた問題であり，本稿では簡単化のために 1 人のプリンシパルと 1 人のエイジェントの間の双務的 bilateral 契約締結に限定する[1)]。すなわち，プリンシパルはある仕事をさせるために，エイジェントを雇用する。エイジェントは自分の努力水準 a を選択して，プリンシパルの仕事をする。ここで，プリンシパルはエイジェントが選択した努力水準を観察することはできない。プリンシパルはエイジェントの努力に報いるために報酬を支払うが，プリンシパルは自分が観察できる成果 q だけを問題にして，報酬を決定する。成果はエイジェ

1)　小平 (2017a) (2017b) も見よ。

ントが選択した努力水準と，プリンシパルもエイジェントも制御できない（例えば，天候，景気等の）要因（以下では，運と呼ぶ）に影響される。エイジェントが高水準の努力を選択すれば，高水準の成果が得られる可能性が高まるが，努力はエイジェントにとって苦痛である（費用が掛かる）。プリンシパルは，高水準の成果が得られても，それがエイジェントの高水準の努力によるものか，幸運によるものか識別できないので，プリンシパルができる最善は，報酬を成果に基づいて決めることである。しかし，努力を表すものとして，成果はノイズを伴う信号に過ぎないので，このような報酬の決め方は一般に損失を生む。

このようなプリンシパル－エイジェントの枠組みは，さまざまな関係を経済学的に分析する手段として，保険の理論 (Arrow (1970), Spence and Zeckhauser (1971))，経営管理企業の理論 (Alchaian and Demsetz (1972), Jensen and Meckling (1976), Grossman and Hart (1982))，地主と小作人の間の最適分益小作契約 (Stiglitz (1974), Newbery and Stiglitz (1979))，効率性賃金理論 (Shapiro and Stiglitz (1984))，会計理論 (Demski and Kreps (1982)) 等で広く利用されてきた。本稿は，可能な成果が2通りしかない簡単なモデルを概説することから始め，続いて3通り以上ある成果は正規分布に従い，エイジェントは絶対的危険回避度一定 constant absolute risk averse という危険選好を持ち，誘因契約が線形であるとするモデルを検討する。後者のモデルは取り扱いが容易である一方で，得られる最適線形契約は最善ではないという限界がある。

2.　分析の枠組み：2通りの成果

分析の簡単化のために，本節と次節では成果は産出量で測られ，可能な産出量の値は $q=0$ と $q=1$ の2通りだけであると想定する。すなわち，$q \in \{0,1\}$ である。産出量が $q=1$ のとき，エイジェントの成果を成功，$q=0$ のとき失敗と呼ぼう。エイジェントが努力水準 a を選択したとき

の成功の確率は，$\Pr(q = 1|a) = p(a)$ により与えられ，これは a に関して厳密に増加的かつ凹であるとする。すなわち，$p(0) = 0$，$p(\infty) = 1$，$p'(0) > 1$ と仮定する。

プリンシパルの効用関数は，エイジェントに支払う報酬を w とするとき，

$$V(q - w) \tag{2.1}$$

により与えられ，$V'(\cdot) > 0$ かつ $V''(\cdot) \leq 0$ であると仮定する。他方，エイジェントの効用関数は，報酬 w からの効用 $u(w)$ と努力 a の負効用 $\psi(a)$ について分離可能であるとし，

$$u(w) - \psi(a) \tag{2.2}$$

と表す[2)]。ここで，報酬からの効用 $u(\cdot)$ については $u'(\cdot) > 0$，$u''(\cdot) \leq 0$，努力 a の負効用 $\psi(\cdot)$ については $\psi'(\cdot) > 0$ かつ $\psi'' \geq 0$ であると仮定する。さらに，一般性を大きく損なうことなく，便宜的に $\psi(a) = a$ と仮定し，エイジェントの効用関数 (2.2) を，

$$u(w) - a \tag{2.3}$$

と書き換える。

2.1　最適報酬契約

もしエイジェントの努力選択が観察かつ検証可能であれば，プリンシパルはエイジェントに支払う報酬をエイジェントの努力選択に基づいて決めることができる。このとき，最適報酬契約はエイジェントの個別合理性を制約とする最大化問題

2) この分野では，エイジェントの効用は報酬と努力に関して分離可能と仮定されることが多い。この仮定は，努力の限界費用への所得効果を考慮する必要をなくす上，富制約のないモデルでは，エイジェントの個別合理性制約が最適で常に拘束的であることを保証する。

$$(2.4)\qquad \max_{a,w_i}\{p(a)u(w_1)+[1-p(a)]u(w_0)-a\}$$
$$\text{subject to}\quad p(a)u(w_1)+[1-p(a)]u(w_0)-a\geq\overline{u}$$

の解として求められる。ただし，w_i は $q=i$ が実現したときに支払われる報酬 ($i=0,1$)，$\overline{u}$ はエイジェントの留保効用水準である。プリンシパルの最大化問題は，(2.4) の代わりに，プリンシパルの個別合理性を制約として，

$$(2.4')\qquad \max_{a,w_i}\{p(a)u(w_1)+[1-p(a)]u(w_0)-a\}$$
$$\text{subject to}\quad p(a)V(1-w_1)+[1-p(a)]V(-w_0)\geq\overline{V}$$

と定式化することもできる。ただし，$\overline{V}$ はプリンシパルの留保効用水準である。(2.4) または (2.4’) の定式化では，それぞれ $\overline{u}$ または $\overline{V}$ を変化させることにより，プリンシパルとエイジェントの間の余剰の分け方を任意に設定することが可能になるので，プリンシパルとエイジェントの間の交渉ゲームと最適契約を分けて考察することができる。以下では，定式化 (2.4) に基づいて分析を進める。

ここで，一般性を失うことなく，

$$(2.5)\qquad \overline{u}=0$$

と置く。エイジェントの個別合理性についての Lagrange 乗数を λ とすると，w_1 と w_0 に関する 1 階の条件から，次のプリンシパルとエイジェントの間の最適共同保険の条件 (Borch (1962))

$$(2.6)\qquad \frac{V'(1-w_1)}{u'(w_1)}=\lambda=\frac{V'(-w_0)}{u'(w_0)}$$

が導出され，最適努力選択 a は，(2.6) と努力に関する 1 階の条件

(2.7) $$p'(a)[V(1-w_1)-V(-w_0)]+\lambda p'(a)[u(w_1)-u(w_0)]-\lambda=0$$

により決定される。

（例 1） 危険中立的なプリンシパル

プリンシパルが危険中立的であるとき，効用関数 (2.1) は，

(2.8) $$V(x)=x$$

と簡単になる。この場合の最適な賃金 w^* と努力水準 a^* は，条件

(2.9) $$u(w^*)=a^*$$

(2.10) $$p'(a^*)=\frac{1}{u'(w^*)}$$

により特徴付けられる。すなわち，努力の限界生産物は，（エイジェントに努力費用 a^* を補償しなければならない）プリンシパルにとっての努力の限界費用に等しく設定され，完全保険が成立する。

（例 2） 危険中立的なエイジェント

エイジェントが危険中立的であるとき，効用関数 (2.3) は，

(2.11) $$u(x)=x$$

と簡単になる。この場合の最適賃金 w^* と努力水準 a^* は，条件

(2.12) $$w_1^*-w_0^*=1$$

(2.13) $$p'(a^*)=1$$

により特徴付けられる。ここでも，努力の限界生産物はプリンシパルにと

っての努力の限界費用に等しく設定され，完全保険が成立する。

2.2　次善報酬契約

次に，プリンシパルがエイジェントの努力選択を観察できない場合を検討する。ここでは，努力選択を条件として報酬契約を締結することは不可能になるので，プリンシパルは産出を条件として報酬を決定することになる。このとき，エイジェントは

$$\max_a \{p(a)u(w_1) + [1 - p(a)]u(w_0) - a\} \tag{2.14}$$

を解いて，自分の利得を最大にするような努力水準（必ずしも，プリンシパルの利益にならない努力水準）を選択しようとする。そこで，それを阻止するために，プリンシパルは最大化問題

$$\max_{a, w_i} \{p(a)V(1 - w_1) + [1 - p(a)]V(- w_0)\} \tag{2.15}$$

subject to

$$p(a)u + [1 - p(a)]u(w_0) - a \geq 0 \tag{2.16}$$

$$a \in \arg\max_{\hat{a}} p(\hat{a})u(w_1) + [1 - p(\hat{a})]u(w_0) - \hat{a} \tag{2.17}$$

を解く次善報酬契約を申し出る。ここで，(2.16) は (2.14) の目的関数と仮定 (2.5) から導かれるエイジェントの個別合理性制約，(2.17) は誘因両立性制約である。

$p(\cdot)$ と $u(\cdot)$ に関する仮定が与えられたとき，エイジェントの最大化問題 (2.14) の 1 階の条件

$$p'(a)[u(w_1) - u(w_0)] = 1 \tag{2.18}$$

は，任意の報酬契約 (w_0, w_1) に対してエイジェントが選択する努力水準を一意に決定するので，(2.17) を (2.18) の解で置き換えることができる。

このような置換は，一般的に，プリンシパルの問題を厳密に緩めることになるが，結果が２通りだけという特別な場合には，プリンシパルの制約付き最大化問題の解は変わらない。その上，この置換により，分析は大幅に簡単化される。

以下では２つの場合に分けて検討する。第１は，プリンシパルとエイジェントの双方が危険中立的で，しかもエイジェントが富制約を受けている場合であり，第２は，契約締結当事者の少なくとも一方が危険回避的である場合である。

2.2.1　双方危険中立性とエイジェントに対する富制約

エイジェントが危険中立的であり，したがって効用関数が (2.10) と表されるとき，エイジェントにとっての最善の最適では (2.11) (2.12) が成立するので，エイジェントの最適化問題の１階の条件は，

(2.19) $$p'(a)(w_1 - w_0) = 1$$

により与えられる。このとき，最善の努力選択は $w_1^* - w_0^* = 1$ により実行される。この解は，プリンシパルが成果をエイジェントに価格 $-w_0^* > 0$ で前金で販売すると解釈される。

もしエイジェントが $w_0 = 0$ かつ $w_1 = 1$ という富制約を受けていれば，エイジェントは期待利得

(2.20) $$p(a^*) - a^*$$

を獲得する。ここで，仮定により $p'(\cdot)$ は厳密に負であり，また (2.13) が成立しているので，この期待利得は厳密に正である。他方，プリンシパルは成果を価格０でエイジェントに前金で販売しているので，プリンシパルの期待利得は０である。したがって，制約 $w_0 \geq 0$ の下では危険中立的なプリンシパルは $w_0 = 0$ を選択しようとして，次善契約問題において

$w_1 = \dfrac{1}{p'(a)}$ という制約を受けるプリンシパルは問題

$$(2.21) \qquad \max_a p(a)(1 - w_1) \quad \text{subject to} \quad p'(a)w_0 = 1$$

の解 a^{**} を選択することになる。(2.21) の 1 階の条件より，

$$(2.22) \qquad p'(a) = 1 - \frac{p(a)p''(a)}{[p'(a)]^2}$$

を得るから，(2.21) の解 a^{**} は a^* より小さいことが確認される。ここでエイジェントから一層の努力を引き出すには，エイジェントにさらに多くの余剰を与えることが要求されるので，この結果は直観的に理解できる。

以上の結果をいくつかの具体的な状況に当てはめて解釈することができる。例えば，Jensen and Meckling (1976) はエイジェントをある企業の経営者，プリンシパルを当該企業への投資家と見なして，w_1 を内部株式，$(1 - w_1)$ を外部株式と解釈した。あるいは，Myers (1977) はエイジェントをある企業の経営者と見なして，w_1 を内部株式，$(1 - w_1)$ をその企業の未払い負債と考えた。また，Stiglitz (1974) のように，エイジェントを分益小作契約を締結して働く農業労働者と解釈することもできる。いずれにしても，w_1 が低ければ低い程，エイジェントがより高水準の努力を提供する誘因は低下し，プリンシパルにとって誘因契約は逆効果になり得ることを意味する。これは，例えば，負債額を減らすことは，エイジェントが返済しなければならない負債を削減するが，負債の実質価値は増加する可能性を示している (Myers (1977))。

エイジェンシー問題では通常，努力選択は観察不可能であるが，成果は観察可能であると想定される。しかし実際には，成果さえも観察困難である状況も多い。この状況は，成果 q を契約対象とすることは費用が掛か

り過ぎるが，努力選択 a は費用を掛ければ，監視により観察することができると想定される枠組みを使って分析される。Shapiro and Stiglitz (1984) は，監視費用 M は掛かるが，努力は完全に観察できると想定する効率性賃金モデルを構築して，監視を通じて努力を引き出そうとするプリンシパルの完全監視最適問題

$$(2.23)\qquad \begin{aligned} &\max_{a,w} p(a) - w - M \\ &\text{subject to} \quad w - a \geq 0 \\ &\qquad\qquad\quad\;\; w \geq 0 \end{aligned}$$

を考察する。(2.23) の 1 階の条件から，$w^* = a^*$ と (2.22) が導かれる。

次に，プリンシパルは監視費用 M を支出しなくとも，確率 $\frac{1}{2}$ でエイジェントの努力選択を検証できると想定しよう。エイジェントが仕事を怠けていることを発見した場合には，エイジェントの報酬を可能な最低水準に下げることがプリンシパルにとって最適である。制約 $w \geq 0$ の下で，この場合の報酬 w は 0 に等しく設定される。プリンシパルは M を支出しなくとも済むので，プリンシパルの問題は，

$$(2.24)\qquad \begin{aligned} &\max_{a,w} p(a) - w \\ &\text{subject to} \quad w - a \geq \frac{1}{2}w \end{aligned}$$

と書き換えられる。誘因両立性制約の左辺は，エイジェントが所定の努力選択 a を選択する場合のエイジェントの利得を示す。右辺は，仕事を怠けることを選択した場合のエイジェントの最大利得である。その場合には，何ら努力することなく，ただ自分が怠けていることを摘発されない可能性に掛けることがエイジェントにとって最善である。摘発確率を $\frac{1}{2}$ と仮定

したここでは，プリンシパルはエイジェントにエイジェントの努力水準の 2 倍の報酬を与える必要がある。換言すると，プリンシパルはエイジェントに怠けていることを摘発されたときにエイジェントが失う準地代を与える必要がある。準地代を与える必要性により，監視を通じてエイジェントの努力を引き出そうとするプリンシパルの願いは再び弱められるので，この場合の最適努力は a^* より小さくなる。

最後に，プリンシパルが費用を掛けて監視するか，費用を掛けずにある確率で摘発するかを選択できる場合には，プリンシパルは M の大きさによって，監視するか否かを選択することが分かる。

2.2.2　危険回避性

ここで，契約締結当事者の少なくとも一方が危険回避的である第 2 の場合に進む。エイジェントは危険回避的ではなく（すなわち，危険中立的あるいは愛好的であり），十分な富を持ち富制約を受けない場合には，プリンシパルがエイジェントに成果を購入させることにより，最善は達成可能である。

対照的に，もしエイジェントだけが危険回避的であるならば，最善では成果から独立に一定の報酬が決定される。勿論，もし努力が観察かつ検証不可能であれば，固定された報酬では努力誘因は完全に消滅する。双方危険回避の場合の最適危険共有はエイジェントに完全保険を提供しないが，この場合にはエイジェントが危険回避的であるだけで，道徳的危険の下での最善結果は成立しなくなる。

このとき，プリンシパルの問題は，

$$\max_{a, w_i} \{p(a)V(1 - w_1) + [1 - p(a)]V(- w_0)\} \tag{2.25}$$

subject to

$$p(a)u(w_1) + [1 - p(a)]u(w_0) - a \geq 0 \tag{2.26}$$

$$p'(a)[u(w_1) - u(w_0)] = 1 \tag{2.27}$$

と表される[3)]。ここに，(2.26) は個別合理性制約，(2.27) は誘因両立性制約である。

制約 (2.26) と (2.27) の Lagrange 乗数をそれぞれ λ と μ として，w_0 と w_1 に関する 1 階の条件を求めると，

$$\frac{V'(1 - w_1)}{u'(w_1)} = \lambda + \mu \frac{p'(a)}{p(a)} \tag{2.28}$$

$$\frac{V'(-w_0)}{u'(w_0)} = \lambda - \mu \frac{p'(a)}{1 - p(a)} \tag{2.29}$$

が導かれる。(2.28) (2.29) から，$\mu = 0$ であるとき，最適共同保険の条件 (2.6) が得られる。しかし，一般的に最適では $\mu > 0$ であるから，最適保険は歪められ，エイジェントは高（低）成果の場合には，(2.6) に比べて余剰のより大きな（小さな）分け前を獲得する。とりわけ，努力を引き出すために，努力を高めるにつれて結果が高くなる（低くなる）程度に応じて，エイジェントは褒美（懲罰）を与えられる。本節で想定しているように，結果が 2 通りしかないという設定では，成功 ($q = 1$) するとエイジェントは褒美を与えられ，失敗 ($q = 0$) すると懲罰を受けることになる。

逆説的になるが，プリンシパルは全ての誘因契約から導出される努力水準を完全に予測することができ，褒美あるいは懲罰は運，不運だけに対応することを理解している。それにも関わらず，誘因契約はエイジェントから努力を引き出すために必要とされる。

3）最大化問題 (2.25) は，誘因両立性制約が (2.17) から (2.27) に変更されることを除き，(2.15) と同じである。

3. 情報の価値

今度は，q だけではなく，別の変数 $s \in \{0, 1\}$ をも条件として，契約を設計できると仮定しよう。この変数 s は（景気のように）努力から独立であることもあれば，（エイジェントが販売員であるときの消費者満足度指標のように）努力に依存していることもある。しかし，変数 s はエイジェントあるいはプリンシパルの目的関数に直接には入らない。ここで，$\Pr(q = i, s = j|a) = p_{ij}(a)$ とすると，プリンシパルの問題は，

(3.1)
$$\max_{a, w_{ij}} \sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} p_{ij}(a) V(i - w_{ij})$$

subject to

(3.2)
$$\sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} p_{ij}(a) u(w_{ij}) \geq a$$

(3.3)
$$\sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} p_{ij}{}'(a) u(w_{ij}) = 1$$

と表され，プリンシパルは (3.1) を解く報酬水準 w_{ij} をエイジェントに提案する。ここに，(3.2) は個別合理性制約，(3.3) は誘因両立性制約である。

ここでも，制約 (3.2) と (3.3) の Lagrange 乗数をそれぞれ λ と μ として，w_{ij} に関する 1 階の条件を求めると，

(3.4)
$$\frac{V'(1 - w_{ij})}{u'(w_{ij})} = \lambda + \mu \frac{p'_{ij}(a)}{p_{ij}(a)}$$

を導くことができる。したがって，もし次善の努力選択 a と $i = 0, 1$ に対して，

(3.5)
$$\frac{p'_{i0}(a)}{p_{i0}(a)} = \frac{p'_{i1}(a)}{p_{i1}(a)}$$

が成立すれば，エイジェントの誘因両立性制約は変数 s に依存しないことが判る。すなわち，$i = 0, 1$ に対して，$w_{ij} = w_i$ となる。また，(3.5)

から，$i = 0, 1$ に対して，

$$p_{i0}(a) = k_i \, p_{i1}(a) \tag{3.6}$$

を得る。ただし，k_i は正の定数である。つまり，努力水準を変更するとき，相対密度が各 q に対して同規模の変化をすることが，(3.3) が変数 s に依存しないための条件になる。この条件が成立するとき，q は a に関して (q, s) についての十分統計量である，あるいは s は q が与えられたとき a について情報を提供しないという[4)]。

q が a に関して十分統計量でないときに s を考慮に入れることは，努力について一層詳細な信号を発信することと，努力提供と保険の間のより好ましい関係を許容することにより，プリンシパルの利得が改善されることを意味する。

4.　分析の枠組みの拡張：正規分布している成果

本節では，可能な成果は 2 通りだけであるという制約を外して，分析の枠組みを拡張する。具体的には，成果は産出量で測られると引き続き想定するが，成果は努力とノイズ ε の和として，

$$q = a + \varepsilon \tag{4.1}$$

と表されると仮定する。ただし，ε は平均 0，分散 σ^2 の正規分布に従う。

分析を進めるために，エイジェントの効用関数は，絶対的危険回避一定という危険選好を持つ指数関数

$$u(w, a) = -e^{-\eta[w - \psi(a)]} \tag{4.2}$$

により与えられるとする。ただし，w は金銭的報酬，$\eta = -\dfrac{u''}{u'} > 0$ はエ

4)　Holmstrom (1979) に依る。Harris and Raviv (1979) と Shavell (1979a) (1979b) も見よ。

イジェントの絶対的危険回避度，$\psi(a)$ は努力費用関数である。(2.2) あるいは (2.3) とは違い，ここでは努力費用は貨幣単位で測定される。簡単化のために，努力費用関数は 2 次関数

$$\psi(a) = \frac{1}{2}ca^2 \tag{4.3}$$

により与えられるとする。さらに本節では，プリンシパルとエイジェントが締結可能な報酬契約を，線形契約

$$w = t + sq \tag{4.4}$$

に限定する。ただし，t は固定的な報酬額であり，s は成果 q に基づく報酬部分の係数（成果誘因）である。

このとき，プリンシパルの解くべき問題は，

$$\max_{a,t,s} E(q - w) \tag{4.5}$$

subject to

$$E\left(-e^{-\eta[w-\psi(a)]}\right) \geq u(\overline{w}) \tag{4.6}$$

$$a \in \arg\max_{a} E\left(-e^{-\eta[w-\psi(a)]}\right) \tag{4.7}$$

により与えられる。ここに，(4.6) はエイジェントの個別合理性制約であり，右辺の $u(\overline{w})$ はエイジェントの留保効用水準，$\overline{w}$ はエイジェントが受諾し得る最小の金銭的確実性等価を表す。また，(4.7) は誘因両立性制約である

エイジェントの期待効用を表す (4.6) の左辺は，

$$E\left(-e^{-\eta[t+s(a+\varepsilon)-\frac{1}{2}ca^2]}\right) = \left(-e^{-\eta[t+sa-\frac{1}{2}ca^2]}\right)E(-e^{\eta s\varepsilon}) \tag{4.8}$$

と書き換えられる。ここで，確率変数 ε は平均 0，分散 σ^2 の正規分布に

従うと想定しているので，任意の γ に対して，

$$E(e^{\gamma\varepsilon}) = e^{\frac{\gamma^2\sigma^2}{2}} \tag{4.9}$$

が成り立つ[5)]。したがって，(4.8) の最大化は，

$$-e^{-\eta\left[t+sa-\frac{1}{2}ca^2-\frac{1}{2}s^2\sigma^2\right]} \equiv -e^{-\eta\hat{w}(a)} \tag{4.10}$$

の最大化と同値である。ただし，$\hat{w}(a)$ はエイジェントの確実性等価報酬であり，これはエイジェントの努力費用と危険プレミウムを差し引いた当該エイジェントの期待報酬に等しい。また，危険プレミウムは，与えられた s に対して，危険回避係数 η ならびに産出量の分散 σ^2 に関して増加的である。s が大きければ大きい程，エイジェントは q に関わる危険をより多く負担することになるので，危険プレミウムもまた s に関して増加的である。

なお，確実性等価についてこのように明示的な解を得ることができるのは，エイジェントの効用関数が指数関数である場合に限られ，指数関数以外の効用関数については明示的な解は得られない。以下では，指数関数の

5) このとき，$E(e^{\gamma\varepsilon})$ は，

$$E(e^{\gamma\varepsilon}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\gamma\varepsilon}e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}}d\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\varepsilon^2-\gamma\varepsilon 2\sigma^2}{2\sigma^2}}d\varepsilon$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\varepsilon^2-\gamma\sigma^2)-\gamma^2\sigma^2}{2\sigma^2}}d\varepsilon = e^{\frac{\gamma^2\sigma^2}{2}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\varepsilon^2-\gamma\sigma^2)^2}{2\sigma^2}}d\varepsilon$$

と変形されるが，最後の式の後半

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\varepsilon^2-\gamma\sigma^2)^2}{2\sigma^2}}d\varepsilon$$

は，平均 $\gamma\sigma^2$，分散 σ^2 を持つ正規分布の下の面積，すなわち 1 に等しいので，(4.9) が示される。

効用関数を想定して分析を続ける。

　このとき，エイジェントの最適化問題は，

$$(4.11)\qquad a \in \operatorname{argmax} \hat{w}(a) = \left[t + sa - \frac{1}{2}ca^2 - \frac{\eta}{2}s^2\sigma^2\right]$$

と表されるから，

$$(4.12)\qquad a = \frac{s}{c}$$

が (4.11) の解になる。この (4.12) は，与えられた成果誘因 s に対するエイジェントの努力 a を決定する。プリンシパルは，(4.12) を知った上で，最大化問題

$$(4.13)\qquad \max_{t,s} \frac{s}{c} - \left(t + \frac{s^2}{c}\right)$$

$$\text{subject to}\quad t + \tfrac{s^2}{c} - \tfrac{c}{2}\tfrac{s^2}{c^2} - \tfrac{\eta}{2}s^2\sigma^2 = \overline{w}$$

を解いて，

$$(4.14)\qquad s = \frac{1}{1 + \eta c\sigma^2}$$

を得る。(4.14) は，努力費用 c，危険回避度 η，成果の分散 σ^2 が大きくなればなる程，努力に比例する報酬部分は小さくなるという直観的な結果を裏付ける。

5. 線形契約の次善性

　第 4 節の結果は，エイジェントの効用関数が相対的危険回避一定であり，成果が正規分布に従う場合には，線形契約の想定は確実性等価について明示的な解を与えることを明らかにした。しかし，残念ながら，線形契約は最適ではない。

この点を理解するために，成果が (4.1) により与えられ，そして ε は区間 $[-k, +k]$ に一様に分布している場合を最初に検討しよう。いま，エイジェントは自分の選択を通じて，q の区間を動かすことができるので，この想定の下では，エイジェンシー問題は消滅して，最善は常に達成可能になる。というのは，最善の努力選択を a^*，最善の報酬を w^* と表せば，有限の区間の想定の下では，エイジェントが a^* を選択したときに実現される成果が区間 $[a^* - k, a^* + k]$ を外れていることが観察されるときに，プリンシパルはエイジェントを厳しく罰することにより，エイジェントに正しい誘因を与えることができるからである。この結果，エイジェントが a^* を選択するとき，実現した成果が区間 $[a^* - k, a^* + k]$ に属していれば，エイジェントは一定の報酬 w^* を獲得することになり，プリンシパルはエイジェントに完全保険を掛けることができる。

エイジェンシー問題が消滅することを回避する1つの方法として，成果という信号がエイジェントの努力選択について情報を伝えることのないように，ε は区間 $\{-\infty, +\infty\}$ に分布していると仮定することが考えられる。しかし，Mirrlees (1999) は以下のようにして，この場合でさえ，例えば ε が正規分布しているときには，成果が情報的になる可能性を示した。

先ず，正規密度について，関係

$$\text{(5.1)} \qquad \frac{f_a(q|a)}{f(q|a)} = \frac{d[\log f(q|a)]}{da} = \frac{q-a}{\sigma^2}$$

が得られる。換言すると，尤度比 $\dfrac{f_a(q|a)}{f(q|a)}$ の可能な値に制約はないので，プリンシパルは a の殆ど正確な推定値を得ることができる。Mirrlees はこの情報を利用して，成果が (4.1) により与えられ，$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ である場合には，最善を任意に正確に近似できることを明らかにする。すなわち，プリンシパルは全ての $q < \underline{q}$ に対しては，エイジェントへの報酬 $w(q)$ は非常に低いが，$q \geq \underline{q}$ に対しては，報酬は最善水準より僅かに高い

$w(q) = w^* + \delta$（ただし，δ は正であるが任意に小さい）に固定されるような閾値 $\underline{q}$ を選択することができる。このような報酬契約に対して，エイジェントは自分が a^* を選択したときに罰せられる危険を無視し得るので，固定された報酬 $w^* + \delta$ が提案されれば，エイジェントの個別合理性制約が満足されることは以下のように示される。

いま，エイジェントが少なくとも $\underline{q}$ という成果を達成できなかったときに受け取る（非常に低い）報酬を K としよう。すなわち，任意の $\underline{q}$ に対して，K を

(5.2)
$$\int_{-\infty}^{\underline{q}} u(K) f_a(q, a^*) dq + \int_{\underline{q}}^{+\infty} u(w^*) f_a(q, a^*) dq = \psi'(a^*)$$

が成立するように設定する。ただし，努力費用 $\psi(\cdot)$ は凸関数である。この報酬の仕組みは，エイジェントの個別合理性制約を正の量

(5.3)
$$\int_{-\infty}^{\underline{q}} [u(w^*) - u(k)] f(q, a^*) dq$$

だけ満たさない。

しかし，任意の大きな M に対して，$q < \underline{q}$ について，

(5.4)
$$\frac{f_a(q|a)}{f(q|a)} < -M$$

となるような十分低い $\underline{q}$ を見付けることができるから，(5.3) は，

(5.5)
$$-\frac{1}{M} \int_{-\infty}^{\underline{q}} [u(w^*) - u(K)] f_a(q|a^*) dq = -\frac{1}{M} \int_{-\infty}^{+\infty} u(w^*) f_a(q|a^*) dq - \psi'(a^*)$$

より小さい。最後に，

$$f_a(q|a^*) = \frac{q - a^*}{\sigma^2} f(q|a^*) \tag{5.6}$$

であるので，(5.5) は与えられた M に対して有限の値に確定するから，$\underline{q}$ は十分大きな M に対して 0 に収束する。よって，もしエイジェントが最適な努力選択 a^* を選択するならば，十分大きいが殆ど確実に回避可能である懲罰を設定することにより，最善は近似可能である。なお，十分大きな懲罰はここでの議論に不可欠である。十分大きな懲罰は危険回避的なエイジェント向けであること（実際，エイジェントは危険回避的である），最善は近似可能であるが，達成不可能であること，一定の w^* の下では，エイジェントは努力しないことが結論として得られる。しかし，重要なことは，懲罰の規模が大きくなるに連れて，懲罰が執行される相対的確率は急速に低下することである。

線形契約は分析が容易である一方で，一般的には最適ではないという本節の結論は線形相対的危険回避度一定の選好を仮定する分析の有用性を制約することになるが，Holmstrom and Milgrom (1987) は相対的危険回避一定の選好に加えて，エイジェントが連続時間の上で努力を選択することを仮定する動学モデルを使い，線形契約が最適である条件を明らかにしている。

6.　むすび

道徳的危険は長い間，保険の分野に限定されて，主に保険数理士によって議論されてきた。しかし今日では，国際金融から経済開発まで多様な分野に関係する問題であると理解されている。危険共有と誘因の間の二律背反関係は広く認識されているが，普遍的な扱い易い一般的モデルは残念ながら存在しない。本稿では，隠された努力選択を伴う契約締結問題に固有の概念的困難性および数学的困難性をいくつか検討した。ここで得られた知見は以下の通りである。

(1)　エイジェントが危険中立的であり，十分な富を持つとき，道徳的危険を伴う契約締結問題の単純な解は，エイジェントをエイジェントが生み出す成果の残余請求者にすることである。

(2)　エイジェントは危険中立的であるが，限られた富しか持たないとき，エイジェントが貧しければ貧しい程，誘因問題は深刻化する。エイジェントが極端に貧困である場合には，プリンシパルが援助あるいは効率性賃金の形でエイジェントに富を移転することがプリンシパルにとっても好ましいことがある[6)]。

(3)　エイジェントが危険回避的であるとき，プリンシパルはエイジェントから一層の努力を引き出すために，危険プレミアムという代償を支払わなければならない。しかし，エイジェントの危険回避度が高まるとき，プリンシパルはエイジェントの危険を減少させる必要があるかどうかは，一般的に明らかではない。同様に，エイジェントの努力費用が低下するとき，プリンシパルがエイジェントから引き出す高い努力を高めることが最適かどうかも，一般的に明らかではない。

(4)　プリンシパルは成果だけではなく，エイジェントの努力選択に関する情報を与える全ての変数に基づいて，誘因契約を設計するべきである。

(5)　一般的には，エイジェントの最適報酬関数は線形ではない。

参　照　文　献

Alchaian, A. A., and H. Demsetz (1972), “Production, Information Costs, and Economic Organization,” *Journal of Financial Economics* 23: 303-23.

Arrow, K. J., (1970), *Essays in the Theory of Risk Bearing,* North-Holland.

Borch, K. H., (1962), “Equilibrium in a Reinsurance Market,” *Econometrica* 30: 424-44.

Demski, J. S., and D. M. Kreps (1982), “Models in Managerial Accounting,” *Jour-*

6)　最貧国への開発援助政策の多くは，この理由で正当化されている。

nal of Accounting Research 20: 117-48.

Grossman, S. J., and O. D. Hart (1982), "Corporate Financial Structure and Managerial Incentives," in J. McCall ed., *Economics of Information and Uncertainty,* University of Chicago Press.

Harris, M., and A. Raviv (1979), "Optimal Incentive Contract with Imperfect Information," *Journal of Economic Theory* 20: 231-59.

Holmstrom, B., (1979), "Moral Hazard and Observability," *Bell Journal of Economics* 10: 74-91.

Holmstrom, B., and P. Milgrom (1987), "Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives," *Econometrica* 55: 303-28.

Jensen, M. C., and W. H. Meckling (1976), "Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure," *Journal of Financial Economics* 3: 305-60.

Mirrlees. J. A., (1999), "The Theory of Moral Hazard and Unobservable Behaviour, Part I," *Review of Economic Studies* 66: 3-21.

Myers, S. C., (1977), "Determinants of Corporate Borrowing," *Journal of Financial Economics* 5: 147-75.

Newbery, D. M. G., and J. E. Stiglitz (1979), "The Theory of Commodity Price Stabilization Rule: Welfare Impacts and Supply Responses," *Economic Journal* 89: 799-817.

Shapiro, C., and J. E. Stiglitz (1984), "Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device," *American Economic Review* 74: 433-44.

Shavell, S., (1979a), "On Moral Hazard and Insurance," *Quarterly Journal of Economics* 93: 541-63,

Shavell, S., (1979b), "Risk-Sharing and Incentives in the Principal and Agent Relationship," *Bell Journal of Economics* 10: 55-73.

Spence, A. M., and R. J. Zeckhauser (1971), "Insurance, Information, and Individual Action," *American Economic Review* 81: 380-87.

Stiglitz, J. E., (1974), "Incentives and Risk Sharing in Sharecropping," *Review of Economic Studies* 41: 219-55.

小平裕 (2017a),「隠された情報の下での双務的契約締結」，成城大学『経済研究』第 217 号，77－99 ページ。

小平裕 (2017b),「隠された情報と信号発信」，成城大学『経済研究』第 218 号，301－322 ページ。